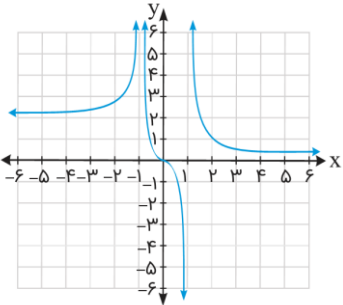


محل مهر مدرسه	تاریخ آزمون: ۴۰۱/۱۰/۰ مدت امتحان: دقیقه نام دبیر:	بسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ قم دبیرستان غیردولتی دخترانه هدی متوسطه دوم آزمون نهج اول (دی ماه) سال تحصیلی ۴۰۱-۴۰۲ تعداد صفحه: تعداد سوال:	نام و نام خانوادگی: طیبه سوالات درس: پایه / رشته:
تاریخ تصحیح: ۴۰۱/۱۰/۰ نمره: با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر:			

بارم	سوال	
۰/۵	نمودار تابع f به صورت زیر است: نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کنید. Handwritten transformations: $\begin{aligned} [-2, 4] &\rightarrow [-4, -2] \\ [0, -2] &\rightarrow [-2, -4] \\ [2, -4] &\rightarrow [0, -8] \end{aligned}$ Handwritten calculation for a point: $\frac{-2-3}{-1-2}$	۱
۱	$f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x < -2 \\ 1 & ; -2 < x < 1 \\ -2x & ; x > 1 \end{cases}$ را رسم کنید و بازه‌هایی که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. Handwritten analysis: - بالای $x = -2$: صعودی $(-\infty, -2)$ - بین $x = -2$ و $x = 1$: نزولی $(-2, 1)$ - بالای $x = 1$: نزولی $(1, +\infty)$ Handwritten graph of f(x) with open circles at (-2, -1), (1, 1), and (2, -2).	۲
۱	جاهای خالی را پر کنید. الف) در جمله‌ای $f(x) = x^3 - (x-1)^3 + x$ برابر است. ب) تابع $f(x) = -x^3 - 1$ روی $\mathbb{R}$ اکیدا است. پ) اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد، حاصل $f \circ g\left(\frac{1}{4}\right)$ برابر است. ت) اگر $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)}$ باشد، مقدار $f^{-1}(3)$ برابر است.	۳
۱/۵	اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد: الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. Handwritten solution for domain: $\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = \{x \geq -6\}$ ب) با محدود کردن دامنه تابع f، تابع وارون پذیر بسازید. Handwritten solution for inverse: $x_3: -\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow (-\infty, 0] \text{ یا } [0, +\infty)$	۴
۱/۲۵	در مورد هر یک از قسمت‌های زیر، نشان دهید که f و g وارون یکدیگرند. الف) $f(x) = -\sqrt{x-8}$, $g(x) = 8+x^2$; $x \leq 0$ Handwritten proof for (a): $f \circ g(x) = f(8+x^2) = -\sqrt{8+x^2-8} = -\sqrt{x^2} = - x = -(-x) = x$ ب) $f(x) = \frac{-7}{2}x - 3$, $g(x) = -\frac{2x+6}{7}$ Handwritten proof for (b): $f \circ g(x) = f\left(-\frac{2x+6}{7}\right) = \frac{-7}{2}\left(-\frac{2x+6}{7}\right) - 3 = \frac{2x+6}{2} - 3 = x + 3 - 3 = x$	۵
۰/۵	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد، مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را به دست آورید. Handwritten solution: $\frac{1}{8}x - 3 = 5 \rightarrow x = 48 \rightarrow x^3 = 48^3 \rightarrow x = 48$	۶

	$\frac{x-1}{x-2} = 2 \rightarrow 2x-2 = x-1 \rightarrow x=1$	
۷	اگر $f(x) = \sqrt{x+4}$ و $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$ باشد، آنگاه: الف) $(f \circ g^{-1})(2)$ را به دست آورید. ب) $g \circ f(\cdot)$ تعریف شده	
۸	اگر $(g \circ f)(x) = 8x^2 - 2x - 3$ و $f(x) = 2x + 3$ باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید.	
۹	دو تابع $f(x) = x^2 - 9$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ مفروض اند. الف) ضابطه تابع $g \circ f$ ب) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف تعیین کنید.	
۱۰	نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. مقادیر a و b و c را محاسبه کنید و ضابطه آن را مشخص نمایید.	
۱۱	دوره تناوب و مقادیر بیشینه و کمینه تابع $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید.	
۱۲	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید. الف) $\cos^2 x - 3 \cos x + 2 = 0$ ب) $\sin \frac{\pi}{6} = \sin \frac{\theta}{2}$ پ) $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$	
۱۳	نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه 22.5° به دست آورید.	
۱۴	معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که مقدار بیشینه آن ۵ و مقدار کمینه آن -۱ و	

$$y = 3 \sin \frac{1}{2} x + 2$$

	$a = a + c \rightarrow r_c = 4$ $-1 = a + c \rightarrow c = 2$ $a = 3$ $1\pi = \frac{r_n}{b} \rightarrow b = \frac{1}{\pi}$ دوره تناوب آن 8π است.	
۰/۵	اگر باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $p(x) = x^4 + kx^2 - 3$ بر $x + 1$ برابر ۲ باشد، k را تعیین کنید. $P(-1) = 2 \rightarrow 1 + k - 3 = 2 \rightarrow k = 4$	۱۵
۱/۵	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} \times \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} = \frac{x - 9}{(x - 9)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{1}{4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x} = \begin{cases} l. \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty, & l. \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4} = \frac{-x}{5x} = -\frac{1}{5}$	۱۶
۱	 نمودار تابع f به صورت شکل زیر است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ت) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$	۱۷
۱/۵	اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ باشد: الف) با کمک تعریف مشتق $f'(2)$ را به دست آورید. $l. \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{3x^2 - 2x + 1 - (12 - 4 + 1)}{x - 2} = \frac{3x^2 - 2x - 10}{x - 2}$ ب) معادله خط مماس بر منحنی در نقطه‌ای به طول ۲ را بنویسید. $y - f(2) = f'(2)(x - 2) \rightarrow y - 9 = 12(x - 2)$	۱۸

پایان - موفق باشید

$$\text{HOP: } \frac{4x - 2}{1} = 12 = f'(2)$$

$$y = 12x - 24 + 9$$

$$y = 12x - 15$$